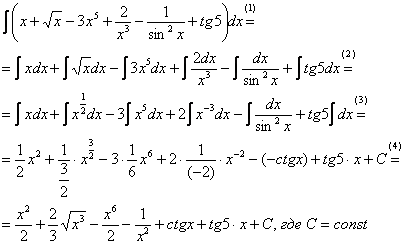
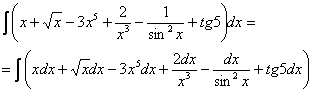
**Неопределённый интеграл**

Пример 1

Найти неопределенный интеграл.  
http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image054.gif

Решение:   


(1) Применяем правило http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image052_0000.gif. На забываем записать значок дифференциала http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image008_0000.gif под каждым интегралом. Почему под каждым? **http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image008_0001.gif – это полноценный множитель**, если расписывать решение совсем детально, то первый шаг следует записать так:  


(2) Согласно правилу http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image049_0000.gif выносим все константы за знаки интегралов. Обратите внимание, что в последнем слагаемом http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image061.gif – это константа, её также выносим.  
Кроме того, на данном шаге готовим корни и степени для интегрирования. **Точно так же, как и при дифференцировании, корни надо представить в виде http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image063.gif. Корни и степени, которые располагаются в знаменателе – перенести вверх.**

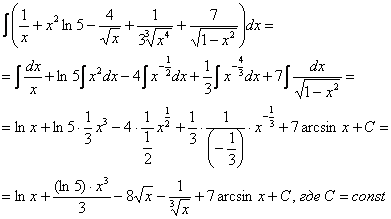
**!** Примечание: в отличие от производных, корни в интегралах далеко не всегда следует приводить к виду*http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image063_0000.gif*, а степени переносить вверх. Например,*http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image065.gif* – это готовый табличный интеграл, и всякие китайские хитрости вроде*http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image067.gif* совершенно не нужны. Аналогично:*http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image069.gif* – тоже табличный интеграл, нет никакого смысла представлять дробь  в виде*http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image071.gif*.  Внимательно изучите таблицу!

(3) Все интегралы у нас табличные. Осуществляем превращение с помощью таблицы, используя формулы: http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image073.gif, http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image075.gif и http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image077.gif.  
Особое внимание обращаю на формулу интегрирования степенной функции http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image079.gif, она встречается очень часто, ее лучше запомнить. Следует отметить, что табличный интеграл http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image077_0000.gif – частный случай этой же формулы: http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image082.gif.  
**Константу http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image016_0002.gif достаточно приплюсовать один раз в конце выражения (а не ставить их после каждого интеграла).**  
(4) Записываем полученный результат в более компактном виде, все степени вида **http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image063_0001.gif**снова представляем в виде корней, степени с отрицательным показателем – сбрасываем обратно в знаменатель.

Пример 2

Найти неопределенный интеграл.   
http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image097.gif

Решение:

**

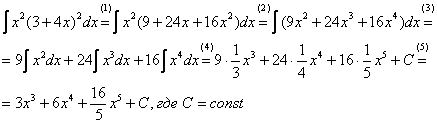
Пример 3

Найти неопределенный интеграл.  
http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image099.gif

Решение: Анализируя интеграл, мы видим, что у нас произведение двух функций, да еще и возведение в степень целого выражения. К сожалению, на поприще интегральной битвы нет хороших и удобных формул для интегрирования произведения и частного http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image101.jpg, .

А поэтому, когда дано произведение или частное, всегда имеет смысл посмотреть, а нельзя ли преобразовать подынтегральную функцию в сумму?

Рассматриваемый пример – тот случай, когда можно. Сначала я приведу полное решение, комментарии будут ниже.



(1) Используем формулу квадрата суммы http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image107.gif, избавляясь от степени.

(2) Вносим http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image109.gif в скобку, избавляясь от произведения.

(3) Используем свойства линейности интеграла (оба правила сразу).

(4) Превращаем интегралы по табличной формуле http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image073_0000.gif.

(5) Упрощаем ответ. Здесь следует обратить внимание на обыкновенную неправильную дробьhttp://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image111.gif – она несократима и в ответ входит именно в таком виде. Не нужно делить на калькулятореhttp://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image113.gif! Не нужно представлять ее в виде http://www.mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image115.gif!

**Определённый интеграл**

Пример 1

Вычислить определенный интеграл  
http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image052.gif

Решение:  
http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image054.gif

(1) Выносим константу за знак интеграла.

(2) Интегрируем по таблице с помощью самой популярной формулы http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image056.gif. Появившуюся константу http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image058.gif целесообразно отделить от http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image060.gif и вынести за скобку. Делать это не обязательно, но желательно – зачем лишние вычисления?

(3) Используем формулу Ньютона-Лейбница http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image062.gif. Сначала подставляем в http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image060_0000.gif верхний предел, затем – нижний предел. Проводим дальнейшие вычисления и получаем окончательный ответ.

Пример 2

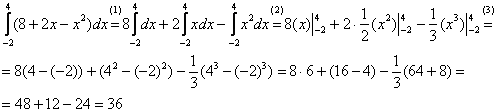
Вычислить определенный интеграл  
http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image065.gif

Это пример для самостоятельно решения, решение и ответ в конце урока.

Немного усложняем задачу:

Пример 3

Вычислить определенный интеграл  
http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image067.gif

Решение:  


(1) Используем свойства линейности определенного интеграла.

(2) Интегрируем по таблице, при этом все константы выносим – они не будут участвовать в подстановке верхнего и нижнего предела.

(3) Для каждого из трёх слагаемых применяем формулу Ньютона-Лейбница:  
http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image071.gif  
СЛАБОЕ ЗВЕНО в определенном интеграле – это ошибки вычислений и часто встречающаяся ПУТАНИЦА В ЗНАКАХ. Будьте внимательны! Особое внимание заостряю на третьем слагаемом: http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image073.gif – первое место в хит-параде ошибок по невнимательности, очень часто машинально пишут http://mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image075.gif (особенно, когда подстановка верхнего и нижнего предела проводится устно и не расписывается так подробно). Еще раз внимательно изучите вышерассмотренный пример.